

Математичний занзібар

5 клас

«Освіта розвиває здібності, але не створює їх».
Вольтер

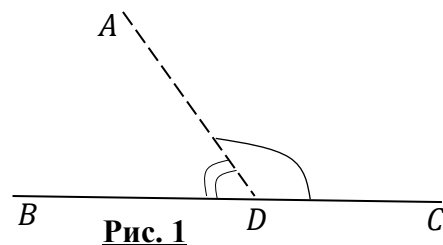
1. Петрик записав на дошці непарне натуральне число n . Після цього він робить із записаним числом таку операцію «П»: він множить число на себе та додає 5, тобто отримує число $n \cdot n + 5$. Після цього він замінює старе число на нове і вже до нового числа знову застосовує операцію «П». Якою може бути остання цифра числа, що отримане з числа n після 2026 застосувань операції «П»? Вкажіть усі можливі відповіді.

2. У Петрика є достатня кількість квадратиків зі стороною 1, 2, 3, Знайдіть довжину сторони найменшого квадрата, який можна скласти з 11 не обов'язково різних квадратиків, що є в Петрика.

3. Скільки існує чотирицифрових чисел, які мають добуток цифр, що дорівнює 27?

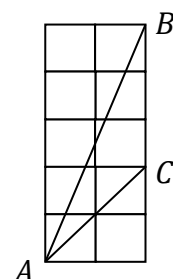
4. На прямій BC вибрана точка D та проведений промінь DA , як це показано на рис. 1. Тоді утворюються два кути ADB та ADC , які називаються суміжними. Сума градусних мір цих кутів дорівнює 180° . Відомо, що градусна міра $\angle ADB = b^\circ$, а градусна міра $\angle ADC = c^\circ$. Відомо, що для чисел b та c існують такі натуральні числа m та n , що $b = m \cdot m$ та $c = n \cdot n$. Яку градусну міру може мати більший кут у цій парі?

5. Відомо, що натуральні числа m, n задовольняють умову: $m - n = 7$. Скільки різних значень від 0 до 2011 включно може за таких умов приймати вираз $m + 5n$?



6. На дошку 100×100 покладена певна кількість фігурок доміно (прямокутники 2×1) таким чином, що кожна доміно покриває рівно 2 клітинки 1×1 . Жодні дві покладені фігурки доміно не мають спільного відрізка межі, але можуть мати спільні вершини. Яку найбільшу кількість таких фігурок можна покласти на цю дошку, щоб вони задовольняли умови?

7. Кожного року на заключній вечірці по завершенні університету кожний студент може вибрати стакан чаю одного із запропонованих типів, а також один вид тістечка. Поєднувати можна будь-які типи чаю та тістечок. Минулого року усього можна було вибрати 60 різних пар. Цього року збільшили кількість типів чаю, а кількість типів тістечок лишилася без змін. При цьому стало можливим вибрати 68 різних пар. Яка найменша кількість типів чаю була минулого року?



8. Знайдіть площу трикутника ABC (рис. 7), якщо сторона клітинки дорівнює 1.

Рис. 7

9. У Петрика є три різні цифри, що вирізані з картону. Якщо взяти дві з них та утворити два двоцифрових числа, то одне з них буде у 8, а друге число у 14 разів більше за третю цифру. Якими можуть бути ці три цифри у Петрика? Вкажіть усі можливі відповіді.

10. На острові БреЛіц є два міста – Ліц (лицарів) та Бре (брехунів). Лицарі завжди кажуть правду, а брехуни завжди брешуть. В одному з цих двох міст відбувся футбольний матч. Після цього 4 мешканці острова: Андрій, Богдан, Василь та Грицько поділилися враженнями про гру.

Андрій (звертається до Богдана та Василя): «Я не був на грі, хто переміг?»

Богдан: «Грицько сказав, що його команда програла».

Василь: «Наша команда виграла».

Грицько (сідаючи в бус, який їде в інше місто, звертається до Андрія): «Похали разом, бо ми з одного міста».

Андрій: «Грицько, ти помиляєшся, то Василь з тобою з одного міста».

З'ясуйте, хто є лицарем, хто брехуном, в якому місті був матч та яка команда перемогла.

11. З 2027 послідовних натуральних чисел останнє у 2 рази більше за перше. Чому дорівнює перше число цих чисел?

12. Прямокутник з периметром 30 складається з двох однакових квадратів. Чому дорівнює площа прямокутника?

13. На трьох деревах сиділи 48 горобців. В якийсь момент з першого дерева на друге перелетіли 8 горобців, а з другого на третє – 6 горобців. Після цього на кожному дереві стала однакова кількість горобців. Скільки горобців сиділо на першому дереві на початку?

14. У турнірі з тенісу брали участь 20 учасників. За регламентом турніру вибираються деякі 2 гравці, що ще не вибули, та грають поміж собою матч, що закінчується перемогою одного з них. Якщо гравець програє вдруге, то він вибуває із змагання. По завершенні турніра переможцем виявився Петрик, який не програв жодного матчу. Скільки усього матчів було проведене на турнірі? Вкажіть усі можливі відповіді.

15. Запишіть деякому порядку числа 1, 2, 3, 4, 5 так, щоб у будь-якому місці між ними можна було поставити риску так, щоб сума чисел, записаних до риски, ділилася на суму чисел записаних після риски або навпаки, сума чисел після риски ділилася на суму чисел, записаних до риски

16. Розріжте п'ятикутник, що зображений на рис. 8 на 4 однакові частини так, щоб кожна з них містила рівно по одній чорній клітинці.

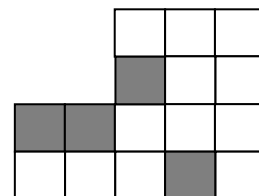


Рис. 8