Математичний занзібар

4 клас

«Освіта розвиває здібності, але не створює їх».
Вольтер

1. Петрик записав на дошці парне натуральне число n. Після цього він робить із записаним числом таку операцію «П»: він множить число на себе та додає 5, тобто отримує число $n \cdot n + 5$. Після цього він замінює старе число на нове, і вже до нового числа знову застосовує операцію «П». Якою може бути остання цифра числа, що отримане з числа n після 2026 застосувань операції «П»? Вкажіть усі можливі відповіді.

2. У Петрика є достатня кількість квадратиків зі стороною 1, 2, 3, … . Знайдіть довжину сторони найменшого квадрата, який можна скласти з 11 не обов'язково різних квадратиків, що є в Петрика.

3. Скільки існує чотирицифрових чисел, які мають добуток цифр, що дорівнює 25?

4. На прямій BC вибрана точка D та проведений промінь DA, як це показано на рис. 1. Тоді утворюються два кути ADB та ADC, які називаються суміжними. Сума градусних мір цих кутів дорівнює 180°. Відомо, що градусна міра $\angle ADB = b°$, а градусна міра $\angle ADC = c°$. Відомо, що для чисел b та c існують такі натуральні числа m та n, що $b = m \cdot m$ та $c = n \cdot n$. Яку градусну міру може мати більший кут у цій парі?

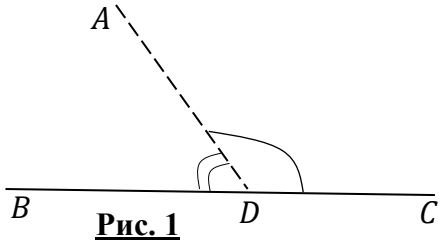

Рис. 1

5. Знайдіть значення суми:

$$1234 + 2341 + 3412 + 4123.$$

6. На дошку 100×100 покладена певна кількість фігурок доміно (прямокутники 2×1) таким чином, що кожна доміно покриває рівно 2 клітинки 1×1. Жодні дві покладені фігурки доміно не мають спільного відрізку межі, але можуть мати спільні вершини. Яку найбільшу кількість таких фігурок можна покласти на цю дошку, щоб вони задовольняли умови?

7. Чотири букви A, B, C, D замінюють різні цифри. Відомо, що справджуються такі умови: $A \cdot A = BA, C + C = DA,$ тут BA та DA – деякі двоцифрові числа. Яку цифру може замінювати буква C?

8. Розріжте фугуру, що зображена на рис. 3, на 2 частини таким чином, щоб з них можна було скласти квадрат.

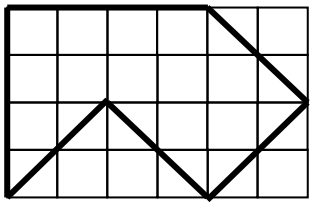
Рис. 3

9. У Петрика є три різні цифри, що вирізані з картону. Якщо взяти дві з них та утворити два двоцифрових числа, то одне з них буде у 8, а друге число у 14 разів більше за третю цифру. Якими можуть бути ці три цифри у Петрика? Вкажіть усі можливі відповіді.

10. На острові БреЛиц є два міста – Лиц (лицарів) та Бре (брехунів). Лицарі завжди кажуть правду, а брехуни завжди брешуть. В одному з цих двох міст відбувся футбольний матч. Після цього 4 мешканці острова: Андрій, Богдан, Василь та Грицько поділилися враженнями про гру.
Андрій (звертається до Богдана та Василя): «Я не був на грі, хто переміг?»
Богдан: «Грицько сказав, що його команда програла».
Василь: «Наша команда виграла».
Грицько (сідаючи в бус, який їде в інше місто, звертається до Андрія): «Похали разом, бо ми з одного міста».
Андрій: «Грицько, ти помиляєшся, то Василь з тобою з одного міста».
З'ясуйте, хто є лицарем, хто брехуном, в якому місті був матч та яка команда перемогла.

11. З 2027 послідовних натуральних чисел останнє у 2 рази більше за перше. Чому дорівнює перше число цих чисел?

12. Прямокутник з периметром 30 складається з двох однакових квадратів. Чому дорівнює площа прямокутника?

13. Повна банка молока важить 1 кг. Петрик випив половину молока, що там знаходилося. Тепер банка важить 600 г. Скільки грамів важить порожня банка?

14. Зустрілися 4 мешканці острова де живуть або лицарі, що завжди кажуть правду, або брехуни, що завжди брешуть. Анастасія сказала, що Богдан – брехун, Богдан сказав, що Віка – лицар, Віка сказала, що Анастасія – брехун, Грицько сказав, що Анастасія, Богдан та Віка – брехуни. Скільки серед чотирьох мешканців може бути брехунів? Вкажіть усі можливі відповіді.

15. Запишіть деякому порядку числа $1, 2, 3, 4, 5$ так, щоб у будь-якому місці між ними можна було поставити риску так, щоб сума чисел, записаних до риски, ділилася на суму чисел записаних після риски або навпаки, сума чисел після риски ділилася на суму чисел, записаних до риски

16. Скільки усього різних трикутників можна нарахувати на рис. 5? Рахуються ті трикутники, в яких нарисовані усі 3 сторони.

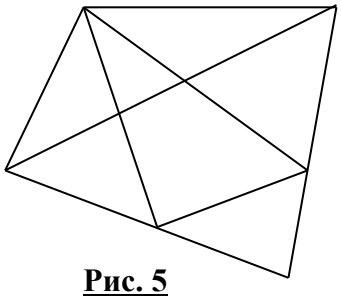

Рис. 5